Matematica

Carlo Felice Manara

Svolgimento - 1° Quesito. a) Per maggiore chiarezza, e per evitare confusioni ed equivoci, scriviamo la funzione rappresentativa della domanda nella forma:

$$y = a + b/x \tag{1}$$

e la funzione rappresentativa dell'offerta nella forma:

$$z = px + q. \tag{2}$$

Il tema richiede di determinare tali funzioni; poiché la loro forma analitica è data, si presume che si intenda domandare di valutare le 4 costanti *a, b, p, q* secondo certi criteri. Questo noi faremo, valutando le costanti stesse secondo il metodo che viene detto «dei minimi quadrati». Come è noto, tale metodo conduce a dare alle costanti dei valori tali che sia minima la somma dei quadrati degli scarti tra i valori assegnati, che figurano nella tabella unita all'enunciato, e quelli calcolati in base alle formule (1) e (2).
Non esponiamo qui la teoria del metodo dei minimi quadrati, che è oggetto di studio secondo i programmi in vigore. Per l'applicazione del metodo è utile fare le seguenti posizioni: indicando con $x(i)$ $(1 \le i \le 7)$ i valori dei prezzi, ed indicando con $y(i)$ e $z(i)$ i corrispondenti valori della domanda e dell'offerta, poniamo:

$$\begin{cases} X = \Sigma x(i) \\ Y = \Sigma y(i) \\ Z = \Sigma z(i) \\ U = \Sigma[1/x(i)] \end{cases} \qquad \begin{cases} V = \Sigma[1/x(i)]^2 \\ W = \Sigma\ [y(i)/x(i)] \\ T = \Sigma[x(i)]^2 \\ R = \Sigma[x(i)] \cdot [z(i)]. \end{cases} \tag{3}$$

Con queste posizioni, i valori delle costanti *a, b,* che figurano nella (1) e che soddisfano al criterio del metodo dei minimi quadrati sono radici del seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 7a + Ub = Y \\ Ua + Vb = W. \end{cases} \tag{4}$$

Analogamente, i valori delle costanti *p, q* che si cercano sono radici del seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} Tp + Xq = R \\ Xp + 7q = Z. \end{cases} \tag{5}$$

Si ottengono così i seguenti valori delle costanti cercate, con errori minori di 0.0001:

Maturità tecnica commerciale. Indirizzo: Programmatori

Il candidato risolva due dei seguenti quesiti.
1. Sono stati rilevati i seguenti dati relativamente alla domanda e all'offerta di un certo bene

prezzo L.	*dom. nr. pz.*	*off. nr. pz.*
1000	600	415
1100	580	460
1200	550	500
1300	510	520
1400	490	560
1500	440	600
1600	400	630

Nell'ipotesi che la funzione rappresentativa della domanda sia del tipo $y = a + b/x$ *e quella dell'offerta sia invece del tipo* $y = a + bx$*:*
a) determinare tali funzioni e rappresentarle graficamente;
b) determinare il prezzo di equilibrio.
2. Un'industria produce un certo bene impiegando due fattori produttivi R e S, il cui costo per unità di prodotto è rispettivamente di lire 10 e di lire 25.
Si sa inoltre che la quantità q di bene prodotta è legata alla quantità x di R e y di S dalla funzione $q = 6 \cdot \sqrt{xy}$.
Determinare la combinazione di costo minimo per produrre 60 unità. Studiare inoltre la funzione obiettivo mediante le sue linee di livello nel piano Oxy e la funzione vincolo.
3. Una industria produce due tipi di pezzi lavorati costituiti dalla stessa quantità e qualità di materia, ma con diversi processi di lavorazione che impiegano tre macchine A, B, C. Lo schema del lavoro è:

	prodotto P1	*prodotto P2*
ore macchina A	2	1
ore macchina B	3	2
ore macchina C	1	3

Le ore di lavoro macchina disponibili giornalmente sono: 8 per A, 24 per B, 18 per C.
Il guadagno unitario è di lire 4 per i pezzi del primo tipo e di lire 3 per i pezzi del secondo tipo. Si vuole programmare la quantità dei pezzi dei due tipi che occorre produrre giornalmente per ottenere il massimo guadagno.
4. Una impresa industriale impiega con consumo uniforme nel tempo, nella sua produzione, una certa materia prima. Formulare e risolvere il modello matematico delle due seguenti situazioni:
a) il consumo di materia prima è di quintali 80 al giorno, il costo fisso di ogni ordinazione è di lire 40.000, il costo di magazzinaggio è di lire 10 per ogni quintale al giorno. Determinare la quantità di merce da ordinare volta per volta per avere il minimo costo annuo di gestione delle scorte;
b) ai dati della precedente situazione si aggiunge il vincolo dato dalla capacità di magazzino che non può essere superiore a quintali 700.
Evidenziare, con una breve trattazione teorica, la differenza tra le due situazioni.

$$a = 94.8779, \qquad b = 526651.1782;$$
$$p = 0.3517, \qquad q = 69.1071. \tag{6}$$

I valori delle funzioni (1) e (2) che si ottengono introducendo nelle formule le costanti (6) sono dati dalla tabella seguente:

Prezzo	*Domanda* $y = a + b/x$	*Offerta* $z = px + q$
1000	621.53	420.89
1100	573.65	456.07
1200	533.75	491.25
1300	499.99	526.42
1400	471.05	561.60
1500	445.97	596.78
1600	424.03	631.96

Confrontando questi valori calcolati con i dati del problema, contenuti nella tabella allegata all'enunciato, si constata che, per quanto riguarda la funzione di domanda, gli scarti tra i valori dati e quelli calcolati teoricamente non superano, in valore assoluto, 25 unità, ed in percentuale non superano il 6%; per quanto riguarda la funzione di offerta, gli scarti tra i valori dati e quelli calcolati teoricamente non superano, in valore assoluto, le 5 unità, ed in percentuale non superano il 3%.
La rappresentazione grafica delle funzioni (1) e (2) si può ottenere scegliendo in un piano un sistema cartesiano di coordinate, portando in ascisse i valori x dei prezzi ed in ordinate i valori y e z delle funzioni (1) e (2). I valori delle

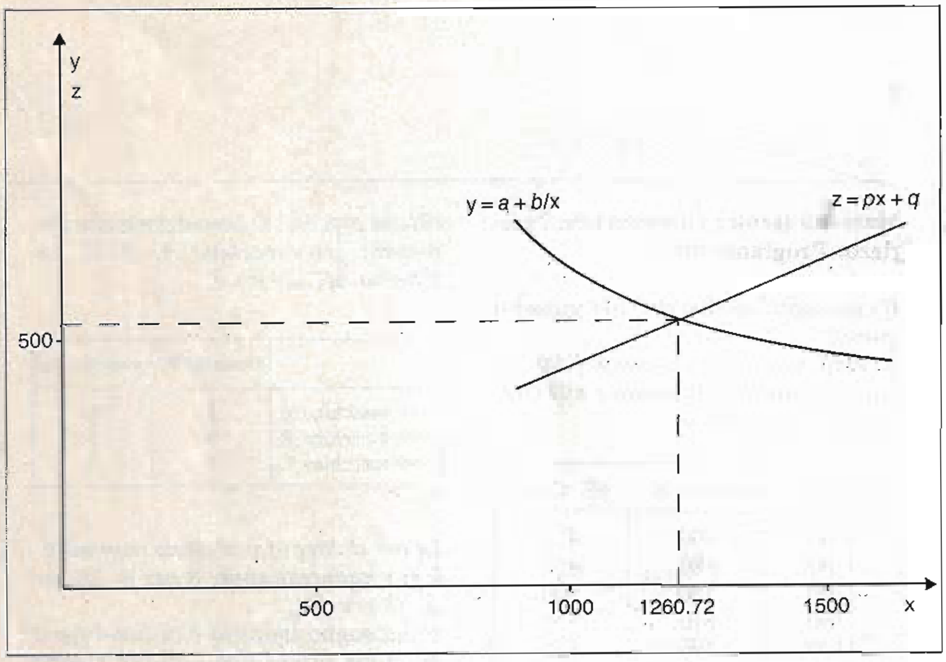


Fig. 1.

costanti a, b, p, q, dati dalle (6) sono tutti positivi; pertanto in questo caso la grafica della funzione (1), per valori positivi della variabile indipendente x, è una iperbole equilatera la quale ha un asintoto coincidente con l'asse delle ordinate ed ha come secondo asintoto la retta rappresentata dall'equazione $y = a$. La grafica della funzione di offerta è ovviamente una retta (fig. 1).

b) Nello spirito di queste analisi economiche, si ottiene l'equilibrio tra domanda ed offerta in corrispondenza al prezzo per cui le due funzioni hanno valori uguali. Pertanto tale prezzo di equilibrio si otterrà risolvendo il sistema che si ottiene dalle equazioni (1) e (2) nelle quali si è posto:

$$y = z. \qquad (7)$$

Si giunge così all'equazione di secondo grado:

$$px^2 + x(q - a) - b = 0, \qquad (8)$$

la quale ha la radice positiva:

$$x = 1260.72. \qquad (9)$$

Questo è dunque il prezzo d'equilibrio cercato.

Osservazioni. Nell'enunciato le leggi della domanda e dell'offerta sono presentate nelle forme seguenti:

$$y = a + b/x; \qquad y = a + bx;$$

sarebbe forse stato opportuno utilizzare dei nomi diversi per le costanti che compaiono nelle due formulazioni, per evitare eventuali confusioni, che possono trarre in inganno qualche candidato particolarmente sprovveduto.

Si osserva che la soluzione del problema a) richiede dei calcoli che non sono concettualmente difficili, ma possono essere materialmente fastidiosi se eseguiti manualmente. Tuttavia si può ottenere la soluzione del problema b) con valori in pratica abbastanza validi, senza dover prima risolvere il problema a), mediante le seguenti considerazioni, per le quali ricorreremo alla immagine geometrica dei fenomeni economici considerati.

Con riferimento al sistema di assi cartesiani che ci ha permesso la rappresentazione grafica delle funzioni di domanda e di offerta, indichiamo con Y(i) e con Z(i) rispettivamente ($1 \leq i \leq 7$) i punti del piano che rappresentano i valori della domanda e dell'offerta assegnati dalla tabella annessa all'enunciato. Una facile ispezione del diagramma conduce a concludere che le due curve, della domanda e dell'offerta, si incontrano tra i valori 1200 e 1300 della variabile indipendente. Pertanto una valutazione approssimata ragionevole del valore di equilibrio si può ottenere cercando l'ascissa del punto di intersezione delle due rette seguenti: quella che congiunge il punto Y(3) con Y(4) e quella che congiunge Z(3) con Z(4). I calcoli relativi a questa procedura sono del tutto elementari e quindi non li riportiamo qui; il valore di equilibrio che si ottiene è

$$x = 1283.33$$

il quale differisce da quello trovato con procedimenti ben più complicati per uno scarto relativo minore del 2%.

2° Quesito. Fissiamo nel piano una coppia di assi cartesiani, ed indichiamo con x ed y le coordinate di un punto rispetto a questo riferimento. Dai dati del problema si deduce che, per produrre la quantità 60 del bene in parola, le quantità x ed y dei fattori produttivi debbono essere legate dalla relazione;

$$10 = \sqrt{xy}; \qquad (1)$$

dalla (1) e dal significato delle variabili si deducono le condizioni:

$$100 = xy; \qquad x > 0; \qquad y > 0. \qquad (2)$$

Il luogo geometrico dei punti del piano le cui coordinate soddisfano alle condizioni (2) è un ramo di un'iperbole i cui assi sono gli assi coordinati. Sempre in forza delle (2), tale ramo appartiene al primo quadrante.

In base ai dati, il costo C per la produzione della quantità di bene considerata si esprime con la formula:

$$C = 10x + 25y. \qquad (3)$$

Nella rappresentazione geometrica sopra indicata, le linee di livello della funzione C sono delle rette, appartenenti ad un fascio di rette tutte parallele tra loro, e tutte normali al vettore v, avente per componenti 2,5. Il valore della funzione C su una linea di livello è proporzionale alla distanza che la retta rappresentativa ha dall'origine.

Ovviamente ogni retta corrispondente ad un processo produttivo reale ha intersezioni reali con il ramo considerato dell'iperbole (2); la retta che corrisponde al costo minimo è pertanto quella che interseca l'iperbole ed ha la minima distanza dall'origine; essa è quindi la retta tangente all'iperbole, tra quelle del fascio considerato (fig. 2).

La ricerca dei valori di x ed y che corrispondono alla combinazione di costo minimo si può ottenere con il seguente procedimento.

Si ricava la y dalla (2), ottenendo:

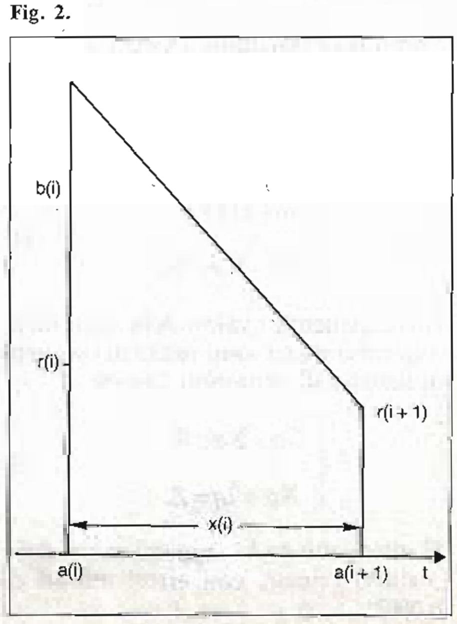
$$y = 100/x; \qquad (4)$$

sostituendo nella (3) si ottiene la espressione del costo C in funzione della sola variabile x nella forma:

$$C = 10x + 2500/x \quad \text{per } x > 0. \qquad (5)$$

Indichiamo con C' e C'' rispettivamente la derivata prima e seconda della funzione C rispetto alla variabile x; si ottiene quindi:

Fig. 2.



$$C' = 10 - 2500/x^2; \quad C'' = 5000/x^3. \quad (6)$$

La soluzione positiva dell'equazione $C' = 0$ è:

$$x = \sqrt{250} = 15.811. \quad (7)$$

con errore in difetto minore di 0.001. Si verifica che in corrispondenza la derivata seconda C'' è positiva; pertanto il valore (7) corrisponde ad un minimo per la funzione C.
In corrispondenza si ottiene per y il valore:

$$y = 6.32 \quad (8)$$

con errore minore di 0.01.
Si ottiene così per il costo minimo il valore:

$$C = 316.23, \quad (9)$$

(valore arrotondato).

3° Quesito. Indichiamo con x ed y rispettivamente le quantità di pezzi prodotte giornalmente; in corrispondenza il guadagno giornaliero sarà dato da:

$$g = 4x + 3y. \quad (1)$$

Si osserva ora che per produrre le quantità in parola occorre impiegare giornalmente:
per $2x + y$ ore la macchina A,
per $3x + 2y$ ore la macchina B,
per $x + 3y$ ore la macchina C.
I dati del problema si traducono con le limitazioni seguenti:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 3x + 2y \leq 24 \\ x + 3y \leq 18, \end{cases} \quad (2)$$

ed il problema enunciato si traduce quindi nella ricerca del massimo della funzione g delle due variabili x ed y, quando queste ultime soddisfano alle limitazioni (2) ed anche alle ovvie limitazioni:

$$x \geq 0; \qquad y \geq 0. \quad (3)$$

Fissiamo in un piano cartesiano un sistema di riferimento, nel quale x ed y siano coordinate di punto; con questa rappresentazione le linee di livello della funzione g data dalla (1) sono rette, appartenenti al fascio di rette tutte parallele tra loro e tutte perpendicolari al vettore v, di componenti 4,3; con immediate considerazioni di geometria analitica si ha che il valore della funzione g su una linea di livello è proporzionale alla distanza della corrispondente retta dall'origine del sistema di riferimento fissato.
Indichiamo con a, b, c le rette del piano le cui equazioni si ottengono rispettivamente dalla prima, dalla seconda e dalla terza delle limitazioni (2) scritte come uguaglianze.
I punti le cui coordinate soddisfano a tutte le limitazioni (2) e (3) costituiscono nel piano un poligono convesso U; il problema enunciato può essere tradotto in forma geometrica, con le immagini stabilite, dicendo che si cerca nel fascio di rette rappresentate dalle equazioni:

$$g = \text{costante} \quad (4)$$

quella retta che ha intersezione non vuota con il poligono U ed ha la massima distanza possibile dall'origine.
Dalla immagine geometrica si ha che le due rette a e c si intersecano nel punto M di coordinate

$$x = 6/5 = 1.2; \quad y = 28/5 = 5.6.$$

Le coordinate del punto M soddisfano anche alla seconda delle limitazioni (2). Inoltre i coefficienti angolari delle rette a e c sono rispettivamente -2 e $-1/3$, mentre il coefficiente angolare di tutte le rette del fascio (4) è $-4/3$, e si ha quindi ovviamente:

$$-2 < -4/3 < -1/3. \quad (5)$$

Pertanto la retta del fascio (4) che passa per il punto M non ha altri punti in comune con il poligono U, e quindi in tale punto la funzione g, sottoposta alle limitazioni (2) e (3) ha il suo massimo (si veda la fig. 3, nella quale, per maggior chiarezza, non sono state tracciate le linee di livello della funzione g). Si ottiene facilmente che il valore massimo cercato è 21.6.
Pertanto per ottenere il massimo guadagno occorre che la produzione sia programmata in modo che per ogni 3 pezzi del prodotto P1 vengano prodotti 14 pezzi del prodotto P2.

4° Quesito. Non pare ben chiaro che cosa si richieda con la frase «risolvere il modello»: pensiamo che si sia voluto imporre di risolvere i problemi pratici che verranno schematizzati con il modello, e svolgeremo le considerazioni seguenti supponendo valida questa interpretazione.
Indichiamo con t il valore di una coordinata temporale, alla quale supporremo di dare soltanto valori interi, soddisfacenti alle limitazioni:

$$0 \leq t \leq 365; \quad (1)$$

scegliamo il giorno come unità di misura delle durate e indichiamo convenzionalmente con il simbolo g tale unità; analogamente indichiamo con £ l'unità di misura della moneta (lire) e con q l'unità di misura che scegliamo per i pesi (quintale).
Siano:

$$0 = a(1) < a(2) < a(3) < \ldots < a(n) < 365 \quad (2)$$

certi n valori della coordinata temporale e indichiamo con:

$$\begin{cases} x(i) = a(i+1) - a(i) \quad \text{per } 1 \leq i \leq n-1 \\ x(n) = 365 - a(n) \end{cases} \quad (3)$$

le lunghezze degli intervalli temporali

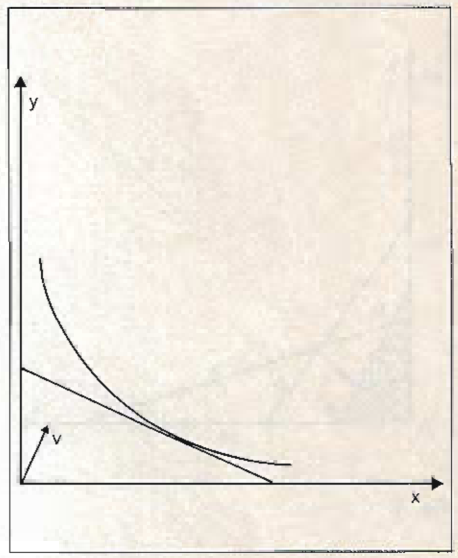


Fig. 3.

compresi tra due date successive della tabella (2). Si ha ovviamente;

$$\begin{cases} \Sigma x(i) = 365 \\ x(i) > 0 \text{ per ogni i.} \end{cases} \quad (4)$$

Supponiamo che gli acquisti di materia prima avvengano alle date della tabella (2) ed indichiamo con r(i) la giacenza di magazzino alla data a(i) all'istante immediatamente precedente all'acquisto della prevista quantità di materia prima.
Ammettiamo che siano valide le seguenti ipotesi:
1) alla data iniziale non si hanno scorte; quindi è:

$$r(1) = 0; \quad (5)$$

2) alla data $t = 365$ si vogliono avere i magazzini vuoti. Indicando quindi convenzionalmente con $r(n+1)$ la scorta alla data 365, si ha:

$$r(n+1) = 0. \quad (6)$$

Si avrà quindi per ogni i:

$$r(i) \geq 0. \quad (7)$$

Indichiamo infine con b(i) la quantità, misurata in quintali, di materia prima acquistata alla data a(i); si avrà ovviamente, per ogni i:

$$b(i) > 0. \quad (8)$$

Pertanto alla data a(i), subito dopo il rifornimento di materia prima, vi sarà in magazzino la quantità:

$$b(i) + r(i), \quad (9)$$

la quale diminuisce uniformemente con la velocità di 80 q/g.
Alla data a(i+1), immediatamente prima del rifornimento, vi sarà quindi il residuo:

$$r(i+1) = b(i) + r(i) - 80 \cdot x(i). \quad (10)$$

La spesa di magazzinaggio durante il periodo x(i) è data da:

$$s(i) = 0.5 \cdot 10 \cdot x(i) \cdot [b(i) + r(i) + r(i+1)]. \quad (11)$$

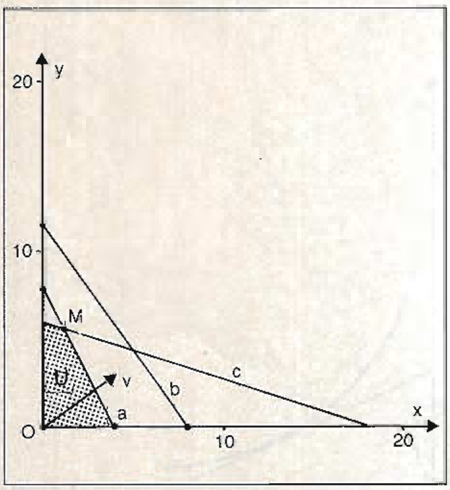


Fig. 4.

La validità di questa formula può essere constatata immediatamente per esempio con una illustrazione grafica: infatti scegliendo un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, riportando in ascisse le date ed in ordinate le giacenze di magazzino, nell'intervallo x(i) la spesa di magazzinaggio risulta proporzionale all'area del trapezio che ha le due basi (a sinistra ed a destra) proporzionali rispettivamente a b(i) + r(i) ed a r(i + 1), ed ha come altezza x(i) (Fig. 4).
Per le giacenze di magazzino valgono ovviamente le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} r(1) = 0 \\ r(2) = b(1) + r(1) - 80 \cdot x(1) \\ r(3) = b(2) + r(2) - 80 \cdot x(2) \qquad (12) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 = r(n+1) = r(n) + b(n) - 80 \cdot x(n). \end{cases}$$

Sommando membro a membro le relazioni (12), e tenendo conto delle (5), (6), (7) si ottiene:

$$\Sigma b(i) = 80 \cdot \Sigma x(i) = 365 \cdot 80 = 29200. \quad (13)$$

Dalla (11), sommando per tutti i valori di i da 1 ad n, ed indicando con S la spesa totale di magazzinaggio, si ottiene:

$$S = \Sigma(i) = 5\Sigma x(i) \cdot b(i) + 5\Sigma x(i) \cdot r(i) + 5\Sigma x(i) \cdot r(i+1). \quad (14)$$

Tenendo conto delle (4) e (7) si giunge alla seguente:

Prima conclusione: A parità di altre condizioni, il valore minimo della spesa di magazzinaggio si consegue quando tutti i residui siano nulli, cioè quando si abbia, per ogni i:

$$r(i) = 0. \quad (15)$$

Tenendo conto di questa conclusione, la (10) diventa;

$$b(i) = 80 \cdot x(i), \quad (16)$$

e la (14) fornisce il valore di S nella forma:

$$S = 400 \cdot \Sigma[x(i)]^2. \quad (17)$$

Pertanto il nostro problema è stato ricondotto alla ricerca del valore minimo della funzione (17) quando le variabili x(i) sono legate dalle (4).
Si può ora tener conto di un teorema il quale dimostra che, quando sia data la somma di certi n numeri, la somma dei loro quadrati è minima se i numeri sono tutti uguali tra loro. Quindi il valore minimo della funzione S data dalla (14) si ottiene quando sia per ogni i:

$$x(i) = 365/n, \quad (18)$$

e di conseguenza, per la (17), si ha:

$$S = 400 \cdot 365^2/n. \quad (19)$$

Si giunge così alla

Seconda conclusione: Il minimo costo annuo delle scorte si ottiene con ordinazioni di materia prima fatte ad intervalli uguali di tempo.
Si osserva ora che la quantità S non fornisce la spesa totale dell'impresa; per calcolare questa occorre sommare alla spesa S di magazzinaggio anche gli n costi fissi di £ 40000 l'uno per ogni ordinazione di materia prima e la spesa di acquisto della quantità Σb(i) di materia prima. Quest'ultima spesa non dipende ovviamente dalla gestione dei rifornimenti; pertanto prenderemo in considerazione soltanto la parte dei costi che dipende da tale gestione; questa parte del costo totale C sopportato dall'impresa è data in funzione di n da:

$$C = n \cdot 40000 + 400 \cdot 365^2/n. \quad (20)$$

La variabile n nella (20) rappresenta ovviamente un intero naturale; tuttavia per la ricerca del minimo della funzione è lecito considerare la funzione continua f(z) della variabile continua z, definita, per $z > 0$, da

$$f(z) = 40000\,z + 400 \cdot 365^2/z. \quad (21)$$

Indichiamo con f′ ed f″ rispettivamente le derivate prima e seconda della funzione f rispetto alla variabile z; si ha:

$$f' = 40000 - 800 \cdot 365^2/z^2, \qquad f'' = 1600 \cdot 365^2/z^3. \quad (22)$$

L'equazione f′ = 0 ha la sola radice positiva:

$$z = 36.5. \quad (23)$$

a) Dai calcoli eseguiti si trae pertanto che il minimo costo annuo di gestione delle scorte si ottiene con ordinazioni di materia prima di 800 q l'una, intervallate di 10 g l'una dall'altra.

b) Il vincolo della massima capacità di magazzino di 700 q conduce a scegliere di fare ordinazioni di questo ammontare. Tuttavia in questo caso le ordinazioni stesse debbono essere intervallate di un periodo di 9 giorni. Infatti la durata della scorta di 700 q è di

$$700/80 = 8.75 \text{ g}.$$

In tal modo tuttavia si giunge a rimanere senza scorte per 0.25 g ossia per 6 ore.

Commento. Sulle pagine di questa stessa rivista abbiamo già avuto occasione di parlare dei temi di maturità[1]; abbiamo osservato — tra l'altro — che il Ministero esercita una notevole influenza sulla didattica, influenza che spesso risulta in contrasto con i buoni propositi di libertà espressi nei programmi e nelle avvertenze ai programmi. Infatti se una sessione dopo l'altra, un anno dopo l'altro, i temi scritti di Maturità sono ricalcati su uno stesso stampo, diventa forte la tentazione per gli insegnanti di passare dall'insegnamento all'addestramento a rispondere a certe domande, praticamente sempre dello stesso tipo; e parallelamente diventa forte la tentazione per gli scrittori di testi scolastici di inserire sulle tecniche risolutive, a scapito dell'approfondimento culturale. Ne consegue che non sempre i testi che circolano in maggior numero sono i migliori culturalmente, ma sono quelli che tranquillizzano di più gli studenti e le loro famiglie sull'addestramento al rispondere, magari senza tanto capire. Questa situazione perpetua anche certi equivoci verbali e certe limitazioni semantiche che non sono molto augurabili. Per esempio, secondo l'uso ormai invalso negli enunciati dei temi di Maturità e nella manualistica corrente, il termine «parabola» raramente indica la conica che era già nota alla geometria greca, e che si studia in geometria proiettiva indipendentemente da ogni riferimento; invece il termine «parabola» è utilizzato quasi esclusivamente per indicare la grafica della funzione data da un polinomio di secondo grado, grafica naturalmente riferita ad un sistema di assi cartesiani ortogonali, nel quale l'asse delle y è regolarmente in posizione verticale rispetto all'osservatore o al lettore. Gli enunciati degli scritti della sessione estiva di questo anno per il Liceo scientifico non fanno eccezione; essi infatti propongono dei problemi che si risolvono, nella loro maggioranza, con l'applicazione quasi meccanica di procedure ben note.
Invece gli enunciati degli scritti che abbiamo trattato poco fa inducono ad un certo barlume di speranza in questo ordine di idee: infatti al candidato non sono proposti dei problemi già schematizzati, ma sono presentate delle situazioni abbastanza concrete. Pertanto lo studente, prima di mettersi ad applicare le procedure note e le formule standardizzate, deve fare un primo passo per schematizzare la realtà che gli è presentata, e tradurne con linguaggio matematico gli aspetti che interessano. Viene quindi stimolata una certa concezione della

[1] Carlo Felice Manara, *Matematica*, «Nuova Secondaria», 7, 1988, pag. 80.

matematica come chiave di lettura della realtà, sia essa la realtà fisica oppure quella dell'economia, della ricerca operativa o di altro tipo; e ciò, a nostro parere, costituisce un primo timido passo verso l'accettazione della immagine della matematica come materia fondamentale per la formazione culturale degli studenti, e non soltanto come strumento astratto che deve essere appreso perché rende molti insopprimibili servizi.

Dopo queste osservazioni generali, pensiamo che se ne possano fare altre di carattere più particolare. Già nel corso dello svolgimento dei quesiti abbiamo avanzato qualche perplessità di interpretazione, perplessità che farebbero desiderare una maggiore univocità e chiarezza negli enunciati. Si potrebbe ulteriormente osservare che alcuni quesiti richiedono dei calcoli numerici che possono far impiegare molto tempo; e infine non vorremmo che la necessità di impiegare vari metodi e di richiamare vari teoremi provocasse una preparazione di tipo prevalentemente mnemonico; con il che si perderebbe quel poco che si è guadagnato.

Carlo Felice Manara
Università di Milano